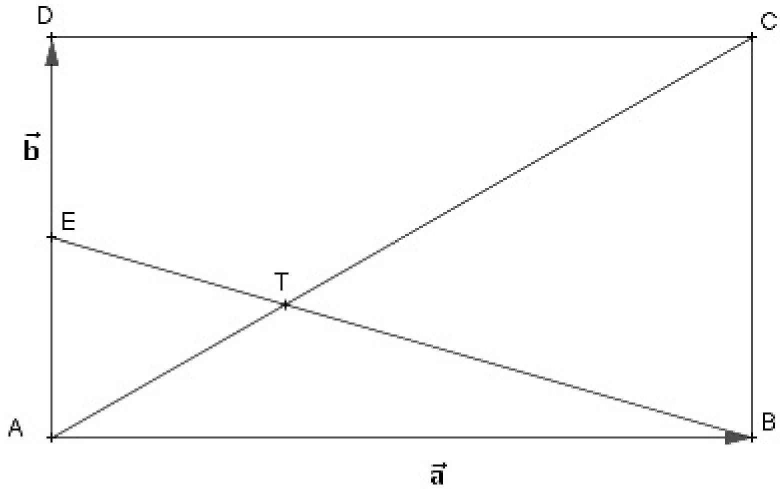
Analytische Geometrie Aufgabe 78

Die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ bilden das Rechteck ABCD.
E ist der Mittelpunkt von $\overline{AD}$.
In welchem Verhältnis teilen sich $\overline{AC}$ und $\overline{BE}$?



Geschlossene Vektorkette:

$$\overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TB} - \vec{a} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{AT} = \lambda * \overrightarrow{AC} = \lambda * (\vec{a} + \vec{b})$$

$$\overrightarrow{TB} = \mu * \overrightarrow{EB}$$

$$\overrightarrow{EB} = -\frac{1}{2}\vec{b} + \vec{a}$$

$$\overrightarrow{TB} = \mu * (-\frac{1}{2}\vec{b} + \vec{a})$$

$$\lambda * (\vec{a} + \vec{b}) + \mu * (-\frac{1}{2}\vec{b} + \vec{a}) - \vec{a} = \vec{0}$$

$$\vec{a} * (\lambda + \mu - 1) + \vec{b} * (\lambda - \frac{1}{2}\mu) = \vec{0}$$

$$\lambda + \mu - 1 = 0 \qquad (1)$$

$$\lambda - \frac{1}{2}\mu = 0 \mid + \frac{1}{2}\mu$$

$\lambda = \frac{1}{2}\mu \dashrightarrow \lambda = \frac{1}{2} * \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Eingesetzt in (1):

$\frac{1}{2}\mu + \mu - 1 = 0 \mid +1$

$\frac{3}{2}\mu = 1 \mid *\frac{2}{3}$

$\mu = \frac{2}{3}$

$$\frac{\overrightarrow{\mathbf{AT}}}{\overrightarrow{\mathbf{TC}}} = \frac{\lambda * \overrightarrow{AC}}{(1 - \lambda) * \overrightarrow{AC}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\overrightarrow{\mathbf{TB}}}{\overrightarrow{\mathbf{ET}}} = \frac{\frac{2}{3} * \overrightarrow{EB}}{\frac{1}{3} * \overrightarrow{EB}} = \mathbf{\frac{2}{1}}$$