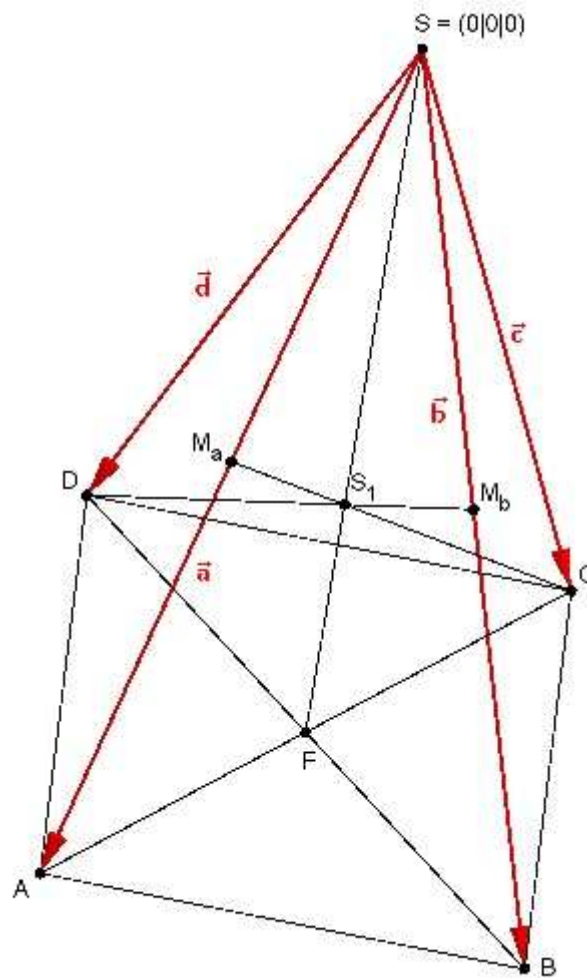


## Analytische Geometrie Aufgabe 164



$M_a$  und  $M_b$  sind die Mitten der zugehörigen Seiten einer schiefen Pyramide mit einem Parallelogramm als Grundfläche.

a) Wie lauten die Geradengleichungen der Geraden  $g_1$  durch  $M_a$  und C und  $g_2$  durch  $M_b$  und D?

b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $S_1$  von  $g_1$  und  $g_2$ .

c) In welchem Verhältnis teilt  $S_1$  die Strecken  $M_aC$  und  $M_bD$ ?

d) Liegt  $S_1$  auf der Geraden  $g_3$  durch S und F?

a)

$$\overrightarrow{M_aC} = \frac{\vec{a}}{2} + (\vec{b} - \vec{a}) + (\vec{c} - \vec{b}) = \vec{c} - \frac{\vec{a}}{2}$$

$$\overrightarrow{M_bD} = \frac{\vec{b}}{2} + (\vec{a} - \vec{b}) + (\vec{d} - \vec{a}) = \vec{d} - \frac{\vec{b}}{2}$$

$$g_1: \vec{x} = \frac{\vec{a}}{2} + r * (\vec{c} - \frac{\vec{a}}{2})$$

$$g_2: \vec{x} = \frac{\vec{b}}{2} + s * (\vec{d} - \frac{\vec{b}}{2})$$

b)

$g_1 \times g_2$ :

$$\frac{\vec{a}}{2} + r * (\vec{c} - \frac{\vec{a}}{2}) - \left( \frac{\vec{b}}{2} + s * (\vec{d} - \frac{\vec{b}}{2}) \right) = \vec{0}$$

$$\vec{d} = \vec{c} + (\vec{b} - \vec{c}) + (\vec{a} - \vec{b}) + (\vec{c} - \vec{b}) = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$$

$$\frac{\vec{a}}{2} + r * (\vec{c} - \frac{\vec{a}}{2}) - \left( \frac{\vec{b}}{2} + s * (\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} - \frac{\vec{b}}{2}) \right) = \vec{0}$$

$$\vec{a} * \left( \frac{1}{2} - \frac{r}{2} - s \right) + \vec{b} * \left( -\frac{1}{2} + \frac{3s}{2} \right) + \vec{c} * (r - s) = \vec{0}$$

$$r - s = 0 \quad | +s$$

$$r = s$$

$$\frac{1}{2} - \frac{s}{2} - s = 0 \quad | *2$$

$$1 - s - 2s = 0 \quad | +3s$$

$$3s = 1 \quad | :3$$

$$s = \frac{1}{3} = r$$

$$\overrightarrow{OS_1} = \frac{\vec{a}}{2} + \frac{1}{3} * \left( \vec{c} - \frac{\vec{a}}{2} \right) = \frac{1}{3} * (\vec{a} + \vec{c})$$

c)

$$\vec{T} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{1}{6} = \vec{T}_1$$

d)

$$\overrightarrow{CA} = \vec{b} - \vec{c} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} - \vec{c}$$

$$\vec{SF} = \vec{c} + \frac{\vec{a} - \vec{c}}{2} = \frac{\vec{a}}{2} + \frac{\vec{c}}{2}$$

$$g_3: \vec{x} = \frac{t}{2} * (\vec{a} + \vec{c})$$

Liegt  $S_1$  auf  $g_3$ ?

$$\frac{1}{3} * (\vec{a} + \vec{c}) = \frac{t}{2} * (\vec{a} + \vec{c}) \quad | : (\vec{a} + \vec{c})$$

$$\frac{1}{3} = \frac{t}{2}$$

Über Kreuz multipliziert:

$$3t = 2 \quad | :3$$

$$t = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \text{S}_1 \text{ liegt auf } g_3$$