

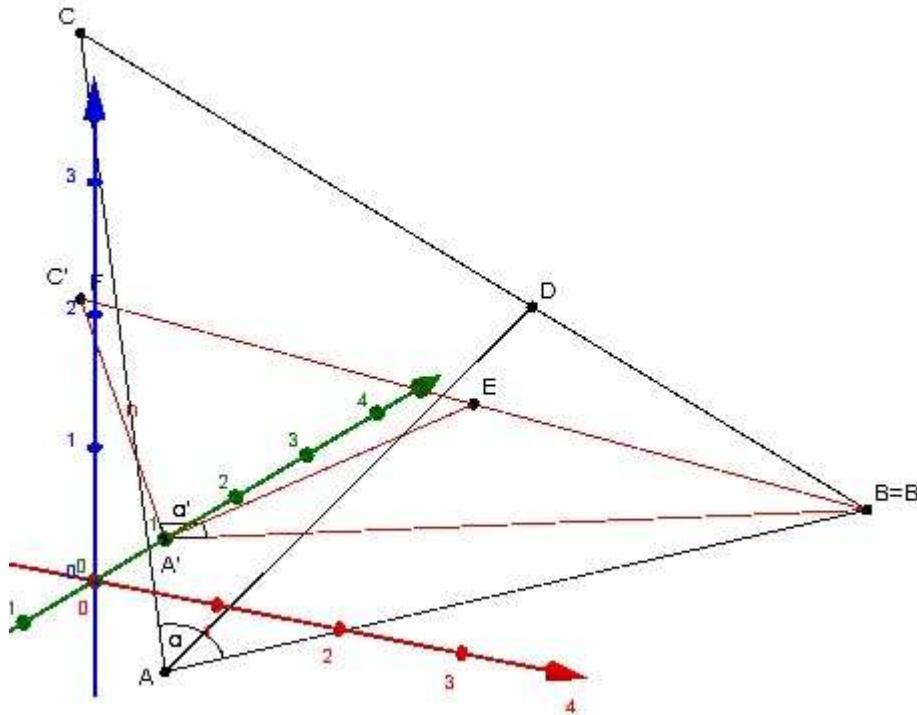
## Analytische Geometrie Aufgabe 142

Die Punkte  $A = (0|1|-1)$ ,  $B = (4|4|0)$  und  $C = (-3|5|2)$  bilden ein Dreieck.

a) Projizieren Sie das Dreieck  $ABC$  in die  $x,y$ -Ebene. Ermitteln Sie die Koordinaten der Bildpunkte  $A'$ ,  $B'$  und  $C'$ .

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt  $F'$  von  $A'B'C'$ .

c) Um wieviel Prozent ist der Flächeninhalt  $F$  von  $ABC$  größer als  $F'$ ?



a)

Die  $z$ -Koordinate von  $B$  ist gleich  $0$ . -->  $B$  liegt in der  $x,y$ -Ebene

-->  $\mathbf{B = B'}$ .  $\mathbf{C' = (-3|5|0)}$ ,  $\mathbf{A' = (0|1|0)}$ .

b)

$$\overrightarrow{A'B} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, |\overrightarrow{A'B}| = 5$$

$$\overrightarrow{A'C'} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, |\overrightarrow{A'C'}| = 5$$

$$\cos \alpha' = \frac{\overrightarrow{A'B} * \overrightarrow{A'C'}}{|\overrightarrow{A'B}| * |\overrightarrow{A'C'}|} = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}}{5 * 5} = \frac{0}{25} = 0 \text{ --> } \alpha' = 90^\circ$$

-->  $A'B'C'$  ist rechtwinklig.

$$F' = \frac{|\overrightarrow{A'B'}| * |\overrightarrow{A'C'}|}{2} = \frac{5 * 5}{2} = 12,5 \text{ FE}$$

c)

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{26}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{34}$$

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| * |\overrightarrow{AC}|} = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{26} * \sqrt{34}} = \frac{3}{\sqrt{884}} = 0,1009 \rightarrow \alpha = 84,21^\circ$$

$$F = \frac{|\overrightarrow{AB}| * |\overrightarrow{AC}| * \sin \alpha}{2} = \frac{\sqrt{26} * \sqrt{34} * \sin 84,21^\circ}{2} = 14,79 \text{ FE}$$

$$12,5 : 100 = 14,79 : x$$

$$12,5 x = 1479 \quad | :12,5$$

$$x = 118,32 \% \rightarrow \mathbf{F \text{ ist um } 18,32\% \text{ gr\u00f6\u00dfer als } F'}$$