

## Analytische Geometrie Aufgabe 116

Liegen die Punkte  $A = (1|1|1)$ ,  $B = (5|4|3)$ ,  $C = (-11|4|5)$  und  $D = (0|5|7)$  in einer Ebene?

Sie liegen dann in einer Ebene, wenn die Vektoren  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  und  $\overrightarrow{AD}$  linear abhängig sind.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -11 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$r * \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} -12 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t * \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$4r - 12s - t = 0 \quad (1)$$

$$3r + 3s + 4t = 0 \quad (2)$$

$$2r + 4s + 6t = 0 \quad (3)$$

$$(2) * 4 + (1)$$

$$12r + 12s + 8t = 0$$

$$4r - 12s - t = 0$$

-----

$$16r + 7t = 0 \quad (4)$$

$$(2) * 4 + (3) * (-3)$$

$$12r + 12s + 16t = 0$$

$$-6r - 12s - 18t = 0$$

-----

$$6r - 2t = 0 \quad (5)$$

$$(4) * 2 + (5) * 7$$

$$32r + 14t = 0$$

$$42r - 14t = 0$$

-----

$$74r = 0 | :74$$

$$r = 0$$

Eingesetzt in (4)

$$7t = 0 \quad | :7$$

$$t = 0$$

Eingesetzt in (2)

$$3s = 0 \quad | :3$$

$s = 0$  --> Die Vektoren sind linear unabhängig -->

**Die Punkte A, B, C und D liegen nicht in einer Ebene.**