

## Analytische Geometrie Aufgabe 114

Von den 4 Vektoren sind 3 linear unabhängig. Welche sind es?  
Stellen Sie den 4. als Linearkombination der 3 dar.

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$r * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$r + t = 0 \quad (1)$$

$$r + s = 0 \quad (2)$$

$$s + t = 0 \quad (3)$$

Aus (1)

$$r + t = 0 \quad | -r$$

$$t = -r$$

Eingesetzt in (3)

$$s - r = 0 \quad | +r$$

$$s = r$$

Eingesetzt in (2)

$$2r = 0 \quad | :2$$

$r = 0 \rightarrow s = 0 \rightarrow t = 0 \rightarrow A, B, C$  sind linear unabhängig.

Linearkombination:

$$r * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$r + t = 1 \quad (1)$$

$$r + s = 1 \quad (2)$$

$$s + t = 1 \quad (3)$$

Aus (1):

$$r + t = 1 \quad | -r$$

$$t = -r + 1 \quad (4)$$

Eingesetzt in (3)

$$s - r + 1 = 1 \quad | +r - 1$$

$$s = r$$

Eingesetzt in (3)

$$r + r = 1$$

$$2r = 1 \quad | :2$$

$$r = \frac{1}{2} = s$$

Eingesetzt in (4)

$$t = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} * \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$