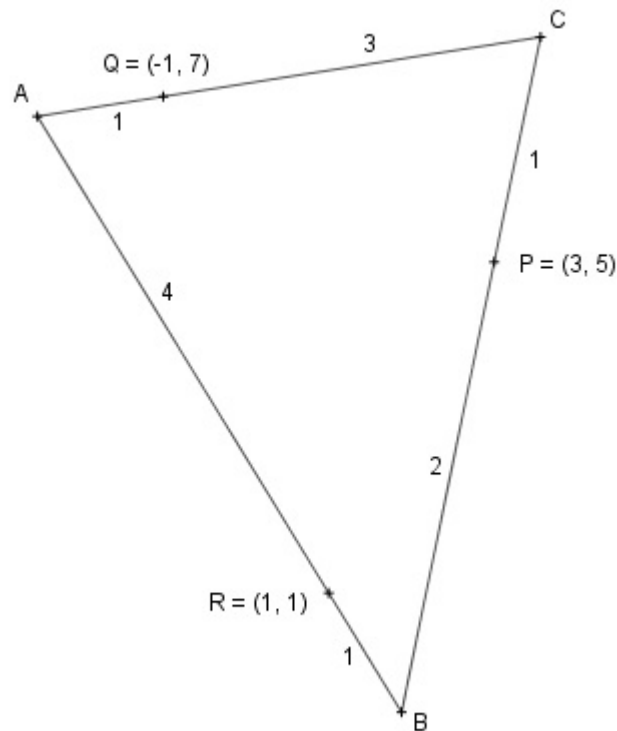


Analytische Geometrie Aufgabe 102

In dem Dreieck ABC teilt $P = (3|5)$ die Seite BC im Verhältnis 2:1, $Q = (-1|7)$ die Seite AC mit 3:1 und $R = (1|1)$ die Seite AB mit 4:1. Wie lauten die Koordinaten von A, B und C?



$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OR} + \frac{4}{5} * \overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OP} + \frac{2}{3} * \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OQ} + \frac{3}{4} * \overrightarrow{AC}$$

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{4}{5} * \left[\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \right]$$

$$a_x = 1 + \frac{4}{5} * a_x - \frac{4}{5} * b_x \quad | - \frac{4}{5} * a_x$$

$$\frac{1}{5} a_x = 1 - \frac{4}{5} * b_x \quad | * 5$$

$$a_x = 5 - 4b_x \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} * \left[\begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} \right]$$

$$b_x = 3 + \frac{2}{3} * b_x - \frac{2}{3} * c_x \quad | -\frac{2}{3} * b_x$$

$$\frac{1}{3} b_x = 3 - \frac{2}{3} * c_x \quad | * 3$$

$$b_x = 9 - 2c_x \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix} + \frac{3}{4} * \left[\begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \right]$$

$$c_x = -1 + \frac{3}{4} * c_x - \frac{3}{4} * a_x \quad | -\frac{3}{4} * a_x$$

$$\frac{1}{4} c_x = -1 - \frac{3}{4} * a_x \quad | * 4$$

$$c_x = -4 - 3a_x \quad (3)$$

(3) in (2) eingesetzt:

$$b_x = 9 - 2 * (-4 - 3a_x)$$

$$b_x = 17 + 6a_x \quad (4)$$

(4) in (1) eingesetzt:

$$a_x = 5 - 4 * (17 + 6a_x)$$

$$a_x = -63 - 24a_x \quad | +24a_x$$

$$25a_x = -63 \quad | :25$$

$$\mathbf{a_x = -2,52}$$

(a_x) in (1) eingesetzt:

$$-2,52 = 5 - 4b_x \quad | -5$$

$$-7,52 = -4b_x \quad | :(-4)$$

$$\mathbf{b_x = 1,88}$$

(a_x) in (3) eingesetzt:

$$c_x = -4 - 3 * (-2,52)$$

$$\mathbf{c_x = 3,56}$$

$$a_y = 1 + \frac{4}{5} * a_y - \frac{4}{5} * b_y \quad | -\frac{4}{5} * a_y$$

$$\frac{1}{5} a_y = 1 - \frac{4}{5} * b_y \quad | * 5$$

$$a_y = 5 - 4b_y \quad (1)$$

$$b_y = 5 + \frac{2}{3} * b_y - \frac{2}{3} * c_y \quad | -\frac{2}{3} * b_y$$

$$\frac{1}{3} b_y = 5 - \frac{2}{3} * c_y \quad | * 3$$

$$b_y = 15 - 2c_y \quad (2)$$

$$c_y = 7 + \frac{3}{4} * c_y - \frac{3}{4} * a_y \quad | -\frac{3}{4} * a_y$$

$$\frac{1}{4} c_y = 7 - \frac{3}{4} * a_y \quad | * 4$$

$$c_y = 28 - 3a_y \quad (3)$$

(3) in (2) eingesetzt:

$$b_y = 15 - 2 * (28 - 3a_y)$$

$$b_y = -41 + 6a_y \quad (4)$$

(4) in (1) eingesetzt:

$$a_y = 5 - 4 * (-41 + 6a_y)$$

$$a_y = 169 - 24a_y \quad | +24a_y$$

$$25a_y = 169 \quad | :25$$

$$\mathbf{a_y = 6,76} \quad \mathbf{A = (-2,52 | 6,76)}$$

(a_y) in (1) eingesetzt:

$$6,76 = 5 - 4b_y \quad | -5$$

$$1,76 = -4b_y \quad | :(-4)$$

$$\mathbf{b_y = -0,44} \quad \mathbf{B = (1,88 | -0,44)}$$

(a_y) in (3) eingesetzt:

$$c_y = 28 - 3 * 6,76$$

$$c_x = 7,72$$

$$C = (3,56 | 7,72)$$